Financing Dilemma Supporting a Project *

Abstract. This article can be considered as an independent but at the same time complementary addendum to the previous article on bounded rationality in decision-making. With this in mind, the concept of rational decision-making core (the kernel) was re-visited to form coalitions in the game of interconnected players, characterized by monotonous contribution functions. We have focused on ad hoc coalitions that have an advantage over the rest due to the higher contribution of each individual member.

Keywords: coalition; game; contribution; donation; monotonic; project

1. Introduction

In multi-person games (Owen, 1971, 1982) a coalition is formed by a subset of participants. Among all coalitions, rational coalitions are of particular interest, as these allow all participants to gain individual benefits. It can further be stipulated that extraction of this benefit is ensured independently of the actions of players that are not coalition members. In this note, we will deal with one of the simplest cases of player-formed coalitions, all of which can be considered as “outstanding” in terms of bounded rationality. Bounded rationality is the idea that rational decision making of people is limited by people’s irrational nature.

---

* Communicated with Е.Н. Кузнецов, Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН Россия, 117997, Москва, Профсоюзная ул., 65. Previous work in “Stable Coalitions in Monotonic Games”, Avt.. i Tel., No. 10, pp. 84 – 94, October, 1979 (Russian version). Original article submitted October 3, 1978. Plenum Publishing Corporation, 227 West 17th Street, New York, 10011. We alert the readers’ obligation with respect to copyrighted material; https://mpra.ub.uni-muenchen.de/96879/ (Accesed 24/01/2022).

The class of games proposed is subjected to an additional monotonic condition, which has been studied in previous work of Mullat (1979). However, it should be noted that no prior knowledge of the subject matter discussed here is presupposed. Still, the formal theory of monotone systems adopted in this note is identical to that described earlier by Mullat (1971-1977); the only difference arises in interpretation, and pertains to the abstract indices of interconnection of the system elements, which are treated as donation intentions. The approach developed in this note enables us to establish, in one particular case, the possibility of finding rational coalitions in accordance with the principle of independence of rejected alternatives according to Nash (1950). However, for the purpose of simplicity, the following scenario might be informative.

2. PEDAGOGICAL SCENARIO

Here we are dealing with participants who intend to fund a project being under development through donations. In principle, each participant $j=\overline{1,n}$ is willing to contribute a certain amount p_j supporting the project. In summary, each participant's donation amount p_j might be in accord with distribution defined by an exponential density function:

$$f(x,\beta)=\left|\begin{array}{l}\frac{1}{\beta}\cdot\exp(-x/\beta)\ \text{ for }\ x\geq 0,\\ 0\ \text{ for }\ x<0.\end{array}\right.$$

In favor of the project it is expected to collect a certain fund to finance the project. However, as a result of negotiations about the appropriateness of the planned project with like-minded participants, their preferences will be reoriented. It is assumed that a certain coalition game arises here in accordance with the monotonic game scheme, the solution of which is the concept of a kernel (Mullat 1979). Intricacies of financing interests of the participants are presented in the form of a solution called the kernel that will constitute a certain group of participants who agree to finance the project, but perhaps not to the extent to which they were originally intended, but still within reasonable limits. In fact, this reasonable limit is the one most reasonable of all possible options for financing the project in its final version. It should be noted here that a reasonable scenario is understood as a certain guaranteed payment, in which each project participant guarantees a contribution to the expected total amount.

We define the credential of participant $j \in H$ as $\pi(j, H) = |H| \cdot p_j$. Thus, it indicates that the total expected payments of all in H will not be less than $F(H) = \min_{j \in H} \pi(j, H)$. The kernel H^* in this scenario will be understood as participants $H^* = \arg\max_{X \subseteq W} F(X)$. The kernel H^* is remarkable in that it guarantees a contribution $F(H^*)$ to the project. Can more participants with lower individual p_j payments intentions fund the project to a greater extent? Such situation is possible, however, such payments cannot be guaranteed – this is the point. In what follows, we will focus only on payments guaranteed by project participants belonging to the kernel H^*.

The global maximum for the project funding by the kernel participants will form the basis of independence in accordance with the hypothesis of the so-called rejected alternatives, that is, regardless of the preferences of the participants not included in the kernel, if any are found, which nevertheless consider it appropriate to participate in the kernel. But we should not particularly believe them, as they will not be very reliable, and may seek to change their preferences not in favor of the project.

Therefore, we assume that non-kernel participants refusing to participate in the project will not affect those who belong to the kernel, i.e., the views and activities of the kernel members. Here we are dealing, as said, with the so-called principle of bounded rationality, that is, the principle of independence from rejected alternatives (cf. Nash, 1950). In essence, this principle in our particular case of project financing ensures that project participants are kept abreast of developments. The kernel participants will not change their decisions on financing regardless of what is happening or what change the conditions for participation in the project, despite the fact that some participants in the project refused to participate. If we give this last consideration a somewhat more formal character, then we can say that the stability property of decisions made by the kernel participants is nothing but the well-known so-called idempotent principle. After the decision is revised in the conditions when the commitments and priorities assumed remain unchanged, it will not require any new adjustments, and this decision will be made in the same form in which it was adopted earlier.

Example. Let we introduce in accord with exponential distribution the preferences p_j, of participants' $W = \{j = \overline{1, n}\}$. We can designate as X, all participants who prefer to participate in the project together with their like-minded people, while $\overline{X}$ prefer to reject the project or have other reasons for participating in the project.

Let we now try to determine the preferences π for the participants j in X, $j \in X$, supposing that their contributions in the project together with others in X be equal to $\pi(j, X) = |X| \cdot p_j$. Obviously, if some participant could not at all find a suitable partner for the project, the intention to contribute will be equal to $\pi(j,\{j\}) = |\{j\}| \cdot p_j$, $|\{j\}| = 1$. Conversely, if all participants contribute to the project and all participants are in an adequate company W, the estimated contribution will be greater and equal to $\pi(j, W) = (|W| = n) \cdot p_j$. If now for any reason a participant $j \in X$ decides to spend the rest of the project development alone, the intention to contribute to all others remaining participants in X, including those to which some like-minded participants $X - \{j\}$ still join, will decrease: $\pi(i, X - \{j\}) \leq \pi(i, X)$ for $i \in X - \{j\}$. On the contrary, their intentions to contribute will increase if one $j \notin X$ of the previously single participants decides to join X and become a member of $X + \{j\}$: $\pi(i, X + \{j\}) \geq \pi(i, X)$ for $i \in X$.

The graph below shows the donations of the participants in% relative to the total amount of their initial intentions on the X-axis with the corresponding contributions in%, as well as to the same amount indicated on the Y-axis, where their donation preferences were reoriented. As the simulation shows, kernel members are almost always ready to finance approx. 50% of their original intentions.

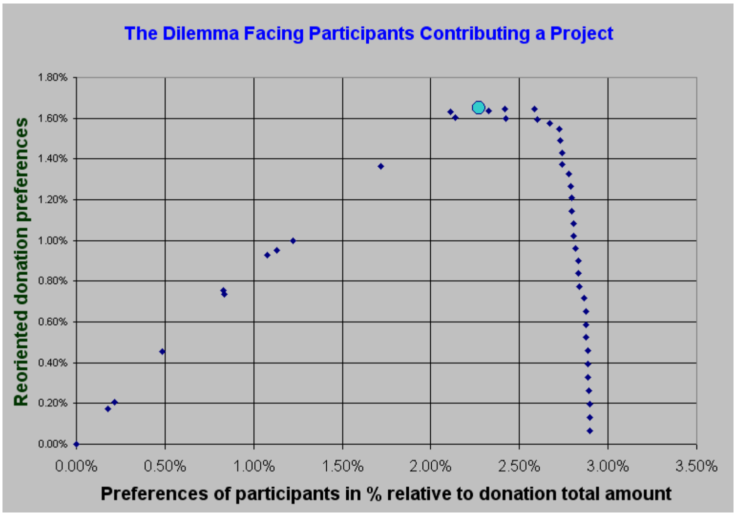

Figure 1. The kernel participants contribute at least 52.8% of their initial intentions to the project. The blue dot is the largest guaranteed contribution in which participants continue to agree to participate in the project.

To be more precise, in the initial state, the percentage of contribution to the total amount for financing the project, which reflects, as it was, the starting point of the participants' preferences on the X-axis — donation submission of participants.

The procedure for finding the kernel is very easy to set up. First, all the expected donation preferences $p_j, j = \overline{1, n}$, are sorted in descending order, constituting the order $\langle p_j \rangle$, the X-axis, and then a sequence $\overline{\pi}$ is constructed as $\overline{\pi} = \langle \pi_j \rangle = \langle p_j \rangle \cdot j$, by which we have denoted these reoriented $\langle \pi_j \rangle$ preferences, the Y-axis. The latter sequence is called defining. We then select the local maximum, i.e., the defining sequence. This is the kernel of Mullat's monotonic game, which is represented by a blue dot in Figure 1.

I. FINANSEERIMISE DILEMMA PROJEKTI TOETAMISEL

Kokkuvõtte. Tuuma mõistet külastati uuesti koalitsiooni moodustamiseks proekti financeerimise mängus, mida iseloomustavad monotoonsed panusefunktsioonid. Keskendusime spetsiaalsetele koalitsioonidele, millel on eelis ülejäänud osas, kuna iga osalemine koalitsioonis annab suurema panuse.

Mitme-isiku mängudes (Owen 1971, 1982) moodustatakse koalitsioon osalejate alamrühmast. Kõigist koalitsioonidest pakuvad ratsionaalsed koalitsioonid eriti huvi, kuna need võimaldavad kõigil osalejatel saada individuaalseid eeliseid. Veel võib täpsustada, et selle hüvitise saamine tagatakse sõltumata mängijate tegevusest, kes ei ole koalitsiooni liikmed. Sõnumis käsitleme mängijate poolt moodustatud koalitsioonide ühte kõige lihtsamat juhtumit, mida võib pidada piiratud ratsionnaalsuse mõttes silmapaistvateks. Ratsionaalsus on piiratud sellega, et inimeste ratsionaalset otsustamist piirab inimeste irratsionaalne olemus.

Pakutud mängude klassile rakendatakse täiendavat monotoonset seisundit, mida on uuritud Mullati poolt (1979) monotoonses mängus ja varasemastes töödes. Tuleb märkida, et siin käsitletud teema eelteadmisi ei nõua. Kasutatud monotoonsete süsteemide teooria on identne sellega, mida Mullat (1971–1977) on varem kirjeldanud; ainus erinevus ilmneb tõlgendamises ja puudutab süsteemielementide abstraktseid sidumisnäitajaid, mida käsitletakse annetuste kavatsustena. Välja töötatud lähenemisviis võimaldab meil ühel konkreetsel juhul esiletuua lihtsa metoodika ratsionaalsete koalitsioonide leidmiseks, mis on kooskõlas (Nash, 1950) tagasilükatud alternatiivide sõltumatuse põhimõttega. Lihtsuse huvides järgmine pedagoogiline stsenaarium võib aga olla informatiivne.

II. PEDAGOGIKA

Siin on tegemist osalejatega, kes kavatsevad arendusjärgus olevat projekti rahastada annetuste kaudu. Põhimõtteliselt on iga osaleja $j=\overline{1,n}$ nõus projekti toetamiseks teatud summa p_j panustama. Kokkuvõtlikult võib iga osaleja annetussumma p_j olla kooskõlas jaotusega, mis on määratletud eksponentsiaalse tiheduse funktsiooniga:

$$f(x,\beta)=\left|\begin{array}{l}\frac{1}{\beta}\cdot\exp(-x/\beta)\ \text{ for }\ x\geq 0,\\ 0\ \text{ for }\ x<0.\end{array}\right.$$

Seetõttu loodetakse hankida projekti rahastamiseks teatud fond. Läbirääkimised mõttekaaslastega kavandatava projekti sobivuse üle viivad aga nende viimaste eelistused ümbersuunamiseks. Eeldatakse, et siin tekib vastavalt monotoonsele mänguskeemile teatud koalitsioonimäng, mille lahendab tuuma kontseptsioon (Mullat, 1979). Tuum on osalejate mõnevõrra tähelepanuväärne alamhulk.

Nagu juba ööldud on osalejate finantseerimishuvide keerukus esitatud lahenduse vormis, mida nimetatakse tuumaks, mis moodustab teatud osalejate rühma, kes nõustuvad projekti rahastama, kuid võib-olla mitte sellises mahus, nagu need algselt olid mõeldud, kuid siiski mõistlikkuse piires. Tegelikult on see mõistlik piir mis on parim tulemus projekti lõppfinantseerimisvõimaluste rahastamisel. Siinkohal tuleb märkida, et garanteeritud stsenaariumi all mõeldakse teatud garanteeritud makset, mille puhul iga projektis osaleja garanteerib oma panuse eeldatavasse kogusummasse.

Määratleme osaleja $j\in H$ mandaadi kui $\pi(j,H)=|H|\cdot p_j$. Seega näitab see, et kõigi sissemaksete eeldatav kogusumma ei ole väiksem kui $F(H)=\min_{j\in H}\pi(j,H)$. Selle stsenaariumi tuuma all mõistetakse osalejaid H^*. Tuum on tähelepanuväärne selle poolest, et see tagab projekti panuse $F(H^*)$. Kas väiksemate individuaalsete maksete kavatsustega p_j osalejad saavad projekti suuremal kui $F(H^*)$ määral rahastada? Selline olukord on võimalik, aga selliseid makseid garanteerida ei saa – see on asja mõte. Järgnevalt keskendume ainult nendele maksetele, mille tagavad tuuma H^* kuuluvad projektis osalejad.

Tuuma poolt projektile eraldatav globaalse maksimumi kogurahastus moodustab sõltumatuse aluse vastavalt juba nn tagasilükatud alternatiivide hüpoteesile, st sõltumata tuuma mittekuuluvate osalejate eelistustest, kui neid leidub, mis peavad tuumas osalemist siiski asjakohaseks. Kuid me ei tohiks eriti neid uskuda, kuna need ei ole väga usaldusväärsed ja võib-olla soovivad nad oma eelistusi projektis osalemise kohta muuta.

Seetõttu eeldame, et kui tuuma mittekuuluvad osalejad keelduvad projektis osalemast, siis ei mõjuta see neid kes kuuluvad tuuma, st tuumaliikmete vaateid ja nende tegevusi. Siin on tegemist nagu juba ööldud, nn piiratud ratsionaalsuse põhimõttega, see tähendab sõltumatuse põhimõttega tagasilükatud alternatiividest, vt Nash 1950. Sisuliselt tagab see põhimõte meie projekti rahastamise puhul, et projektis osalejad oleksid läbirääkimiste arengutega kursis. Tuuma osalejad ei muuda oma rahastamisotsuseid olenemata sellest, mis toimub või mis muudavad projektis osalemise tingimusi, hoolimata asjaolust, et mõned projektis osalejad keeldusid osalemast. Kui anname sellele viimasele kaalutlusele mõnevõrra formaalsema iseloomu, siis võime öelda, et tuumast osavõtjate tehtud otsuste stabiilsuse omadus pole midagi muud kui tuntud idempotentsuse põhimõte. Pärast otsuse läbivaatamist tingimustes, kus võetud kohustused ja prioriteedid jäävad muutumatuks, ei vaja see uusi muudatusi ning see otsus tehakse samal kujul, nagu see varem vastu võeti.

Näide. Tutvustame vastavalt eksponentsiaalsele jaotusele osalejate $W=\{j=\overline{1,n}\}$ eelistusi p_j, $j=\overline{1,n}$. Võime X-na tähistada kõiki osalejaid, kes eelistavad projektis osaleda, et koos oma mõttekaaslastega kokku leppida, samal ajal kui $\overline{X}$-s olevad osalejad eelistavad projekti tagasi lükata või on neil muud põhjused projektis osalemiseks.

Proovime nüüd määrata kindlaks X-s osalejate $j \in X$ eelistused, eeldades, et nende panus projekti koos teistega X-s on võrdne $\pi(j,X)=|X|\cdot p_j$. Ilmselt kui mõni osaleja ei suuda üldse projekti jaoks sobivat partnerit leida, on kaastöö tegemise kavatsus võrdne $\pi(j,\{j\})=|\{j\}|=1\cdot p_j$-ga. Ja vastupidi, kui kõik osalejad panustavad projekti ja kõik osalejad on sobivas mõttekaaslaste seas W, on nende viimaste eeldatav panus suurem ja võrdne $\pi(j,W)=(|W|=n)\cdot p_j$-iga. Kui nüüd mõni osaleja $j \in X$ soovib või otsustab mingil põhjusel veeta ülejäänud projekti arenduse üksi, väheneb kavatsus panustama kõigile teistele X-is allesjäänud osalejatele, sealhulgas ka neile, kellega mõned mõttekaaslased X-ga endiselt liituvad: $i \in X - \{j\}$, $\pi(i, X - \{j\}) \leq \pi(i, X)$. Vastupidi, nende panustamiskavatsused suurenevad, kui üks varem osalenud üksikliikmeline $j \notin X$ osaleja otsustab liituda X-iga ja saada $X + \{j\}$: $i \in X$ liikmeks: $\pi(i, X + \{j\}) \geq \pi(i, X)$.

Ülaloleval joonisel, Figure 1, on näidatud osalejate annetused protsentides, võrreldes nende esialgsete kavatsuste suhtes kogusumma panusena X-teljel koos vastava sissemaksega protsentides, samuti sama summa kohta, mis on näidatud Y-teljel, kus nende annetuseelistused olid ümber orienteeritud. Nagu simulatsioon näitab, on tuuma liikmed peaaegu alati valmis finantseerima umbes. 50% nende algsest kavatsusest. Kui täpsem olla, siis algseisundis on projekti finantseerimise kogusummast tehtud panuse protsent, mis peegeldab osalejate eelistuste lähtepunkti X-teljel — osalejate annetuste esitamine.

Tuuma H^* leidmise protseduuri on väga lihtne üles ehitada. Esiteks järjestatakse kõik arvud $p_j, j = \overline{1, n}$, langevas järjekorras, muutes järjestust p_j järjestuseks $\langle p_j \rangle$, ja seejärel konstrueeritakse järgmiste arvude jada, mida me nagu eelpool juba neid arvu tähistanud olime $\overline{\pi}$-ks: $\overline{\pi} = \langle \pi_j \rangle = \langle p_j \rangle \cdot j$ mis on Joonise 1 Y-teljel, nn osalejate panuste ümberorienteerimine. Seda jada nimetatakse määravaks jadaks. Seejärel valime selle viimase, järjestatud, st määratud jada põhjal, lokaalset maksimumi. See ongi monotoonse mängu Mullati tuum, mis on Joonisel 1 tähistatud sinise punktina.

LITERATURE CITED, KIRJANDUS

1. Owen, G. (1971) Game Theory (Russian translation), Mir. Second Edition (1982), New York London, Academic Press, INC. (LONDON).
2. Mullat, J. E. (1971, 1976-1977) Monotonic Systems idea, different from all known ideas with the same name, was initially introduced in 1971 in the article of Tallinn Technical University Proceedings, a) Очерки по Обработке Информфции и Функциональному Анализу, Seria A, No. 313, pp. 37-44, and further described in b) Extremal Subsystems of Monotonic Systems, I,II,III, *Automation and Remote Control,* 1976, 37, pp. 758-766, 1976, *37*, pp. 1286-1294; 1977, *38*, pp. 89-96.
3. Nash John F. Jr. (1950) The bargaining problem. *Econometrica* Vol.18, No.2: 155–162.